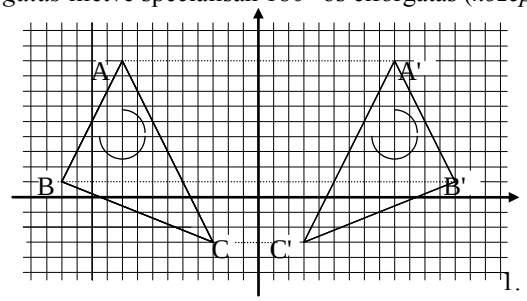
Egybevágósági transzformációk

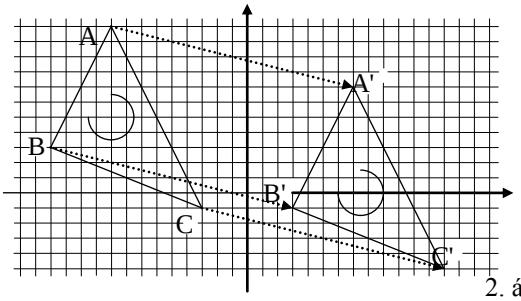
Eddigi tanulmányaitok során a következő egybevágósági transzformációkkal foglalkoztatok: (a) *tengelyes tükrözés*; (b) *eltolás*; (c) *forgatás* illetve speciálisan 180°-os elforgatás (*középpontos tükrözés*).

(a)



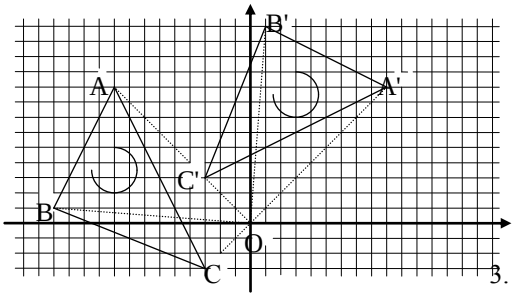
1. ábra

(b)

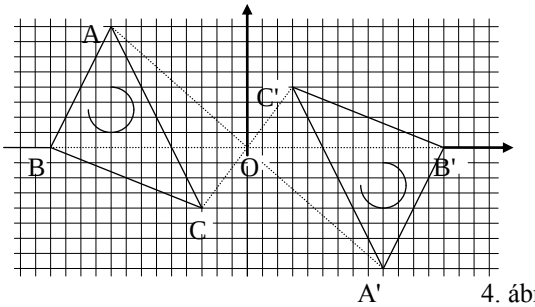


2. ábra

(c)



3. ábra



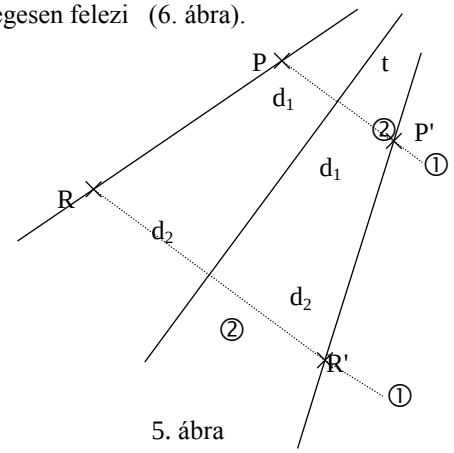
4. ábra

Transzformáció: Pont-pont függvény. Mint látható, mind a négy esetben pontokhoz (A, B, C) pontokat (A', B', C') rendeltünk. Mind a négy esetben található olyan hozzárendelési szabály, amely a sík minden pontjához egy és csak egy pontot rendel.

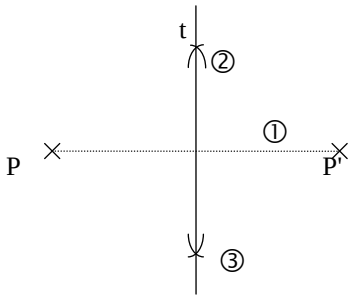
(a) *tengelyes tükrözés*	(b) *eltolás*	(c) *forgatás*	*180°-os elforgatás* (*középpontos tükrözés*)
A(–9; +9) a A'(+9; +9)	A(–9; +11) a A'(+7; +7)	A(–9; +9) a A'(+9; +9)	A(–9; +8) a A'(+9; –8)
B(–13; +1) a B'(+13; +1)	B(–13; +3) a B'(+3; –1)	B(–13; +1) a B'(+1; +13)	B(–13; 0) a B'(+13; 0)
C(–3; –3) a C'(+3; –3)	C(–3; –1) a C'(+13; –5)	C(–3; –3) a C'(–3; +3)	C(–3; –4) a C'(+3; +4)
általánosan:	általánosan:	általánosan:	általánosan:
P(x; y) a P'(–x; y)	P(x; y) a P'(x+16; y–4)	P(x; y) a P'(y; –x)	P(x; y) a P'(–x; –y)

Egybevágósági transzformáció: olyan pont-pont függvény, ami valamilyen síkbeli alakzatot meghatározó pontokhoz, vele egybevágó síkidomot meghatározó pontokat rendel. Pl. a fenti négy esetben az A, B, és C pontok egy háromszöget határoznak meg; a tengelyes tükrözés, eltolás, forgatás és középpontos tükrözés egybevágósági transzformáció, mivel az A, B és C pontokhoz olyan A', B' és C' pontokat rendelnek kölcsönösen egyértelműen, hogy az ABC_{Δ} egybevágó az $A'B'C'_{\Delta}$-gel.

Tengelyes tükrözés: egy alakzatnak vele egy síkban lévő *t* egyenes (tengely) körüli 180°-os elforgatása. Egy alakzat csak akkor hozha-tó fedésbe a tengelyes tükörképével, ha *síkjából kiemelve* forgatjuk el a *t* egyenes körül. A tengelyes tükrözés tehát *nem síkmozgás*. A meghatározásból következik, hogy egy P pontnak a tengelytől való távolsága megegyezik a tükörképének (P') tengelytől való távolsá-gával. Ez lehetőséget ad bármely síkbeli pont tengelyes tükörképének a megszerkesztésére. Merőlegest szerkesztünk az adott ponton át a tengelyre, majd a pont és a tengely távolságát átmérjük a merőlegesre, a tengely másik oldalán (5. ábra). Ha nincs tengely, akkor az megszerkeszthető egy pontnak (P) és tengelyes tükörképének (P') a segítségével. Ugyanis a $\overline{PP'}$ szakaszt a tengely merőlegesen felezi (6. ábra).

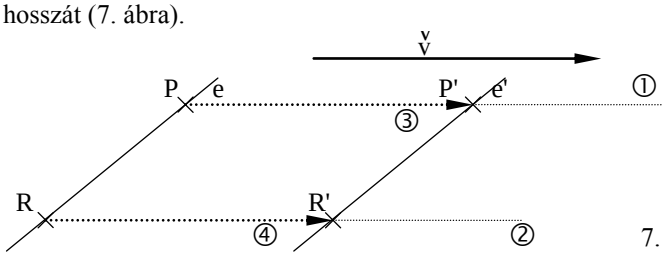


5. ábra



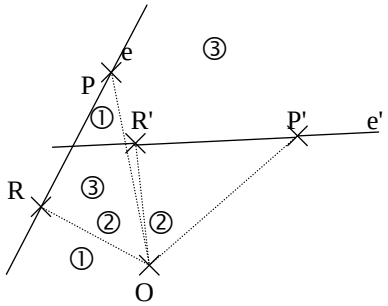
6. ábra

Eltolás: olyan geometriai transzformáció, amely a sík minden pontját ugyanabba az irányba és ugyanazzal a távolsággal (ugyanazzal a vektorral) mozgatja el. Mivel egy alakzat a *síkjából való kiemelése nélkül is* fedésbe hozható az eltolt képével, ezért az eltolás *síkmozgás*. Egy pont eltolt képének való megszerkesztésekor párhuzamost húzunk az eltolás vektorával az adott ponton át, majd rámérjük a vektor hosszát (7. ábra).



7. ábra

Forgatás: olyan geometriai transzformáció, amely a sík minden pontját ugyanabba az irányba, ugyanazzal a szöggel (ugyanazzal az irányított szöggel) mozgatja el, egy adott síkbeli pont (centrum) körül. *Síkmozgás*. Egy pont elforgatása a következőképpen történik: pl. -60°-kal. (Az óramutató járásával egyező irányt negatívnak, az azzal ellentétes irányt pozitívnak tekintjük.) (8. ábra)



8. ábra

Szerkesztés menete:

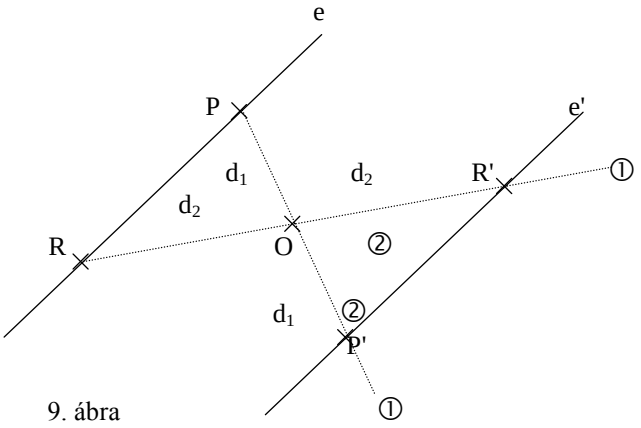
– Rajzoljuk be az elforgatandó pontok (P, R) mellé elforgatás irányát!

① Az elforgatandó pontok (P, R) összekötése az elforgatás centrumával (O).

② Az elforgatás szögének (60°) megszerkesztése az O pontba (az OP illetve OR szakaszokra), a megfelelő (előzetesen bejelölt) irányba.

③ Az elforgatandó pontok (P, R) és az O pont távolságának felmérése az előbb megszerkesztett szög szárára → P' illetve R'.

Középpontos tükrözés: Speciális elforgatás, ahol az elforgatás szöge 180°. Ebből adódik, hogy a negatív, és a pozitív irányú elforgatás ugyanazt a képet eredményezi. Így a szerkesztés leegyszerűsödik úgy, hogy az elforgatandó pont és a centrum összekötésekor a szakaszt meghosszabbítjuk az O ponton túl, majd az elforgatandó pont és centrum távolságát átmérjük a szakasz meghosszabbítására az O pont másik oldalán (9. ábra).



9. ábra

AZ EGYBEVÁGÓSÁGI TRANSZFORMÁCIÓK TULAJDONSÁGAI

Egybevágósági transzformáció	*Szögtartó*	*Távolságtartó*	*Körüljárás*	*Fixalakzatok*		*Egyenes és képe párhuzamos-e*
				fixpont	fixegyenes	
Tengelyes tükrözés	igen	igen	változik	a tengely pontjai	a tengely, illetve a tengelyre merőleges egyenesek	nem; kivéve a tengelylyel párhuzamos egyenesek
Eltolás	igen	igen	nem változik	nincs, kivéve ha az eltolás vektora: nullvektor	van: az eltolás vektorával párhuzamos egyenesek	igen
Forgatás	igen	igen	nem változik	van: a centrum	nincs; kivéve $\alpha = 180^o$ esetén, a centrumra illeszkedő egyenesek	nem; kivéve $\alpha = 180^o$