

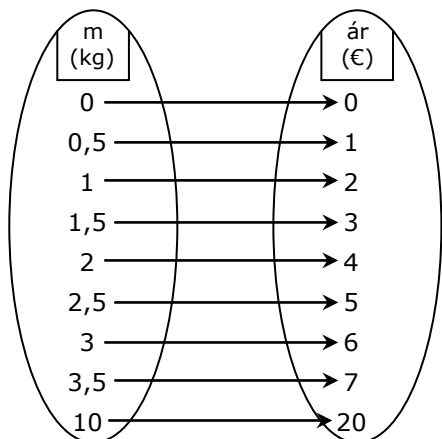
Ismétlés

Adott szempontok szerint tárgyak, élőlények, számok vagy fizikai mennyiségek **halmazokba** rendezhetők. A halmazok kapcsolatát pedig **hozzárendelésnek** (relációnak, leképezésnek) nevezzük. A hozzárendelés megadható **nyíldiagrammal, táblázattal, grafikonnal** esetleg **szabállyal**. Azt a halmazt, amelynek az elemeihez rendelünk (nyíldiagram esetén innen indulnak a nyilak) **alaphalmaznak**, azt a halmazt, amelynek az elemeit rendeljük (ide érkeznek a nyilak), **képhalmaznak** nevezzük.

Az egyenes- és fordított arányosság, összetartozó mennyiségek szabályszerű változását írják le. Vizsgáljuk meg az egyenes- és fordított arányosságokat, mint hozzárendeléseket!

Egyenes arányosság

Egy bécsi üzletben 1 kg alma ára 2 € (euró). Mennyibe kerül 0 kg, 0,5 kg, 2 kg, 3 kg, 3,5 kg, 10 kg ... x kg alma?



		·2		·3						
m (kg)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	...	x
ár (€)	0	1	2	3	4	5	6	7	...	2·x
		·2		·3						

Mint látható kétszer annyi almának kétszer annyi ára van, míg háromszor annyi almához háromszor akkora ár tartozik.

Tehát a **hozzárendelés szabálya**, amely alapján megállapítható, hogy adott tömegű alma ára mennyi: $x \mapsto 2 \cdot x$

Vegyük észre, hogy

- (1) Az *m* halmaz (alma mennyisége) minden egyes eleméhez,
- (2) Egy és csak egy (pontosan egy) elem tartozik az *ár* halmazból.

Az ilyen tulajdonságú hozzárendeléseket **függvényeknek** nevezzük. A függvény alaphalmazát (*m*) **értelmezési tartományának**, képhalmazát (*ár*) pedig, **értékkészletnek** nevezzük.

Függvénynek nevezük azokat a hozzárendeléseket, amely az alaphalmaz minden egyes eleméhez, pontosan egy elemet rendel a képhalmazból. Minden függvény egyértelműen leírható egy szabállyal.

Az egyenes arányosság grafikonja

Minden hozzárendelés értékpárokat hoz létre, amelyek derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolhatók. Így kapjuk a függvény grafikonját. A $x \mapsto 2 \cdot x$ hozzárendelés a következő értékpárokat határozza meg:

(0; 0), (0,5; 1), (1; 2), (1,5; 3), (2; 4), (2,5; 5), (3; 6), (3,5; 7), (10; 20)

Gyakoroljunk (füzetbe dolgozz):

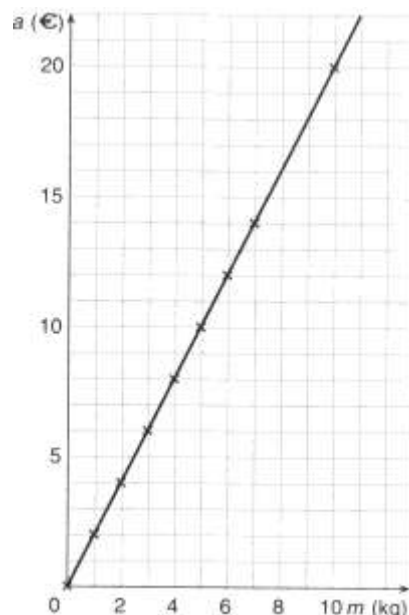
(1) Gázlágon 0 °C-os vizet melegítünk. A víz hőmérsékletének növekedése percenként 4 °C. Hány °C-os lesz a víz a 0., 1., 2., és a 3. percben?

(a) Az értékeket foglaljuk táblázatba!

t (min)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	...	x
T (°C)	0								

(b) Határozzuk meg a hőmérsékletnövekedés és az eltelt idő közötti összefüggés szabályát! $x \mapsto ?$

(c) Ábrázoljuk koordináta-rendszerben, a táblázat alapján a függvény grafikonját!



(2) 3 dolgozó 5 m² járdát betonoz le óránként. Óránként mekkora területet betonoz le 1, 2, 4, 6, 9, 12 dolgozó, ha ugyanilyen munkatempóban dolgoznak?

(a) Foglald táblázatba az adatokat!

Dolgozó (fő)	0	3	6	9	1	2	4	...	x
Terület (m ²)		5							

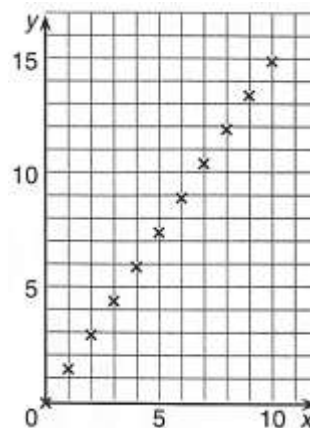
(b) Fogalmazd meg a szabályt! $x \mapsto ?$

(c) Ábrázold grafikonon a két mennyiség összefüggését!

(3) Két mennyiség kapcsolatát szemléltettük a grafikonon.

(a) Az összetartozó értékeket ábrázold táblázatban! (Azon rácspontok koordinátáit olvasd le és foglald táblázatba, amelyeken a függvény grafikonja áthalad!)

(b) A táblázat alapján fogalmazd meg a szabályt! $x \mapsto ?$



Az egyenes arányosság

- **függvény,**
- **grafikonja egy origón áthaladó egyenes,**
- **leírható $x \mapsto m \cdot x$ képlettel (ahol m tetszőleges racionális szám).**

(4) Az alábbi egyenes arányosságot leíró függvényekhez készíts értéktáblázatot, majd egy koordináta-rendszerben rajzold meg a grafikonjukat!

(a) $x \mapsto 2x$ és $x \mapsto 3x$ és $x \mapsto x$

	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
$x \mapsto x$							
$x \mapsto 2x$							
$x \mapsto 3x$							

(b) $x \mapsto \frac{7}{5}x$ és $x \mapsto \frac{3}{5}x$

	- 10	- 5	0	5	10
$x \mapsto \frac{7}{5}x$					
$x \mapsto \frac{3}{5}x$					

(c) $x \mapsto \frac{3}{4}x$ és $x \mapsto -\frac{3}{4}x$

	- 8	- 4	0	4	8
$x \mapsto \frac{3}{4}x$					
$x \mapsto -\frac{3}{4}x$					

Megoldások:

(1) (a)

t (min)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
T (°C)	0	2	4	6	8	10	12

(b) $x \mapsto 4 \cdot x$ **(c)**

(2) (a)

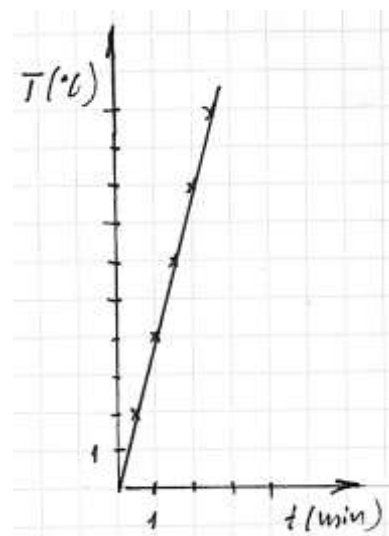
Dolgozó (fő)	0	3	6	9	1	2	4
Terület (m ²)	0	5	10	15	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{20}{3}$

(b) $x \mapsto \frac{5}{3} \cdot x$

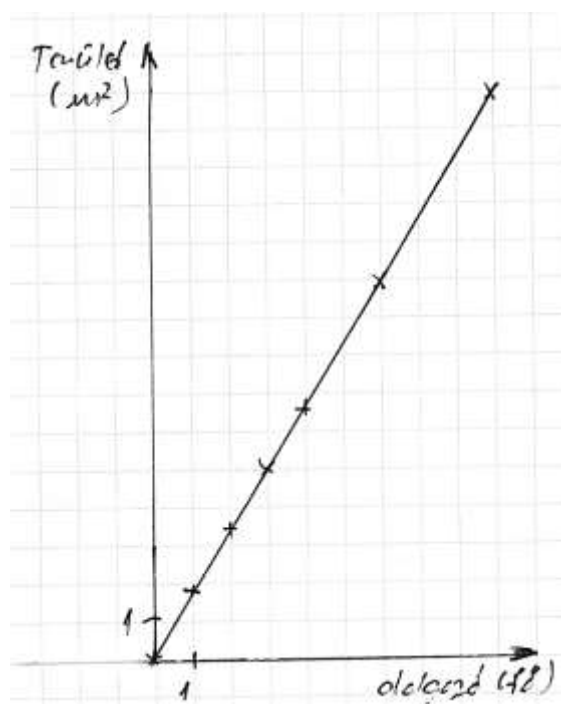
(3) (a)

x	0	1	2	4	6	8	10
y	0	1,5	3	6	9	12	15

(b) $x \mapsto \frac{3}{2} \cdot x$

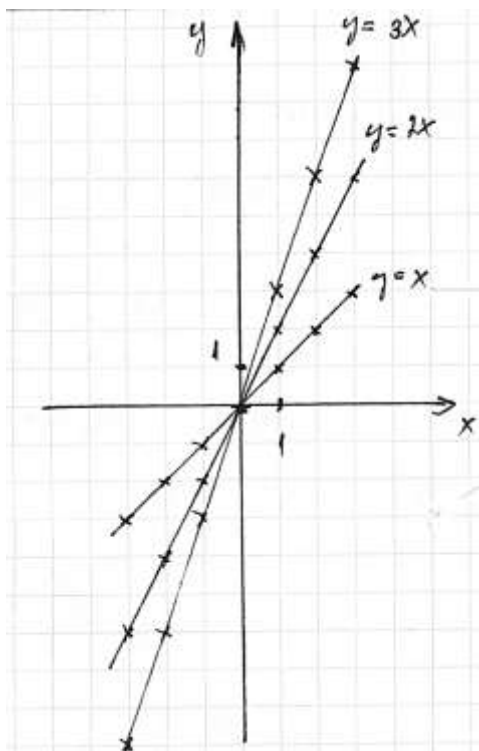


1/c feladat

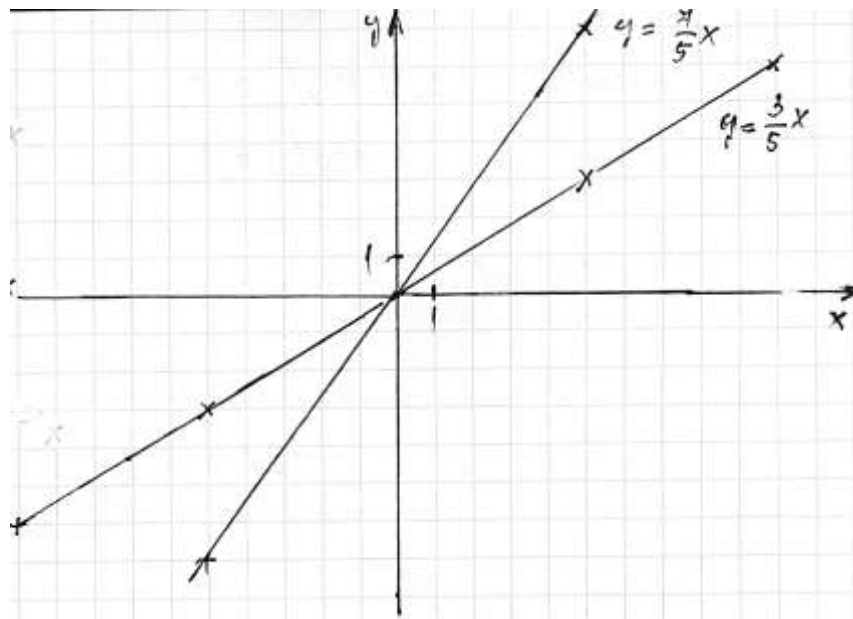


2/c feladat

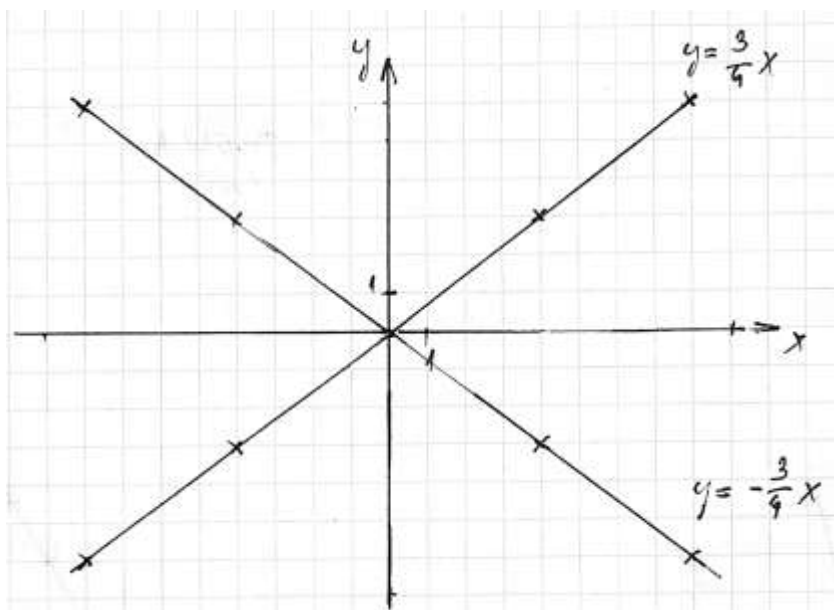
(4)



4/a feladat



4/b feladat



4/c feladat

Vizsgáljuk meg az egy koordináta-rendszerben ábrázolt grafikonokat és hozzárendelési szabályaikat!

Valamennyi leírható $x \mapsto m \cdot x$ vagy másként az $y = m \cdot x$ hozzárendelési szabállyal:

$$x \mapsto x \quad m = 1$$

$$x \mapsto 2x \quad m = 2$$

$$x \mapsto 3x \quad m = 3$$

$$x \mapsto \frac{7}{5}x \quad m = \frac{7}{5}$$

$$x \mapsto \frac{3}{5}x \quad m = \frac{3}{5}$$

$$x \mapsto \frac{3}{4}x \quad m = \frac{3}{4}$$

$$x \mapsto -\frac{3}{4}x \quad m = -\frac{3}{4}$$

Megfigyelhető, hogy minél nagyobb a szám, annál meredekebb a függvény grafikonja. Ha az m értéke negatív szám, akkor függvény, akkor a függvény grafikonja lejt, ha pozitív, akkor emelkedik. Összefoglalva:

Az m számot a függvény meredekségének nevezzük, amely a függvény menetét határozza meg. Ha $m > 0$, akkor növekvő, ha $m < 0$, akkor csökkenő függvényről beszélünk.