

# HÁROMSZÖGEK

Három nem egy egyenesre eső pont által meghatározott sokszög.

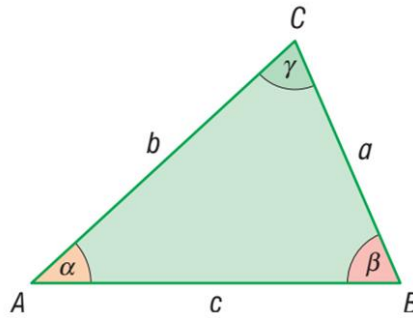
A háromszög három egyenes szakasszal határolt síkidom.

Jelölése:  $ABC\triangle$ .

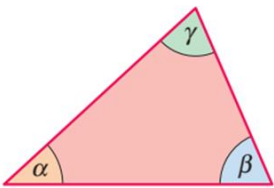
A csúcsai:  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontok.

A szögei:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

A megfelelő csúcsokkal szemben fekvő oldalai:  $a$ ,  $b$  és  $c$ .



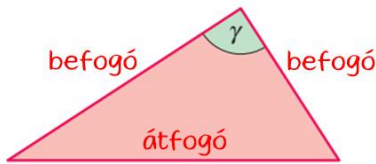
Szögei szerint egy háromszög lehet:



### hegyesszögű

minden szöge kisebb, mint  $90^\circ$

$$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$$



### derékszögű

van  $90^\circ$ -os szöge

$$\gamma = 90^\circ$$



### tompaszögű

van  $90^\circ$ -nál nagyobb szöge

$$\gamma > 90^\circ$$

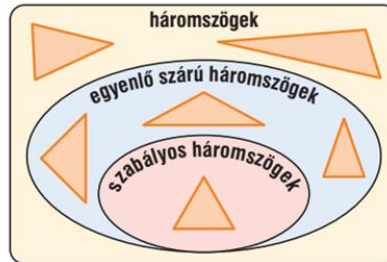
A derékszögű háromszögben a  $90^\circ$ -os szöggel szemközti oldalt **átfogónak**, a másik két oldalt **befogónak** nevezzük.

### Egyenlő szárú háromszög:

- van két egyenlő hosszúságú oldala,
- van két egyenlő szöge.

### Egyenlő oldalú (szabályos) háromszög:

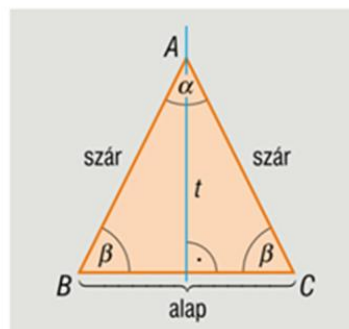
- mindhárom oldala egyenlő hosszúságú,
- mindhárom szöge egyenlő.



## SZIMMETRIKUS HÁROMSZÖG

### Elnevezések:

- Az egyenlő szárú háromszög két egyenlő hosszúságú oldalát **szárnak** ( $b$ ), a harmadik oldalát **alpnak** ( $a$ ) nevezzük.
- Az egyenlő szárú háromszög szárai által bezárt szöveget **szárszögnek** ( $\alpha$ ), a másik két szöveget **alapon fekvő szögeknek** ( $\beta$ ) nevezzük.



Azt a háromszöget, amelynek minden oldala egyenlő, **szabályos háromszögnek** nevezzük. Minden szöge  $60^\circ$ .

# HÁROMSZÖGEK SZÖGEIRE VONATKOZÓ ÖSSZEFÜGGÉSEK

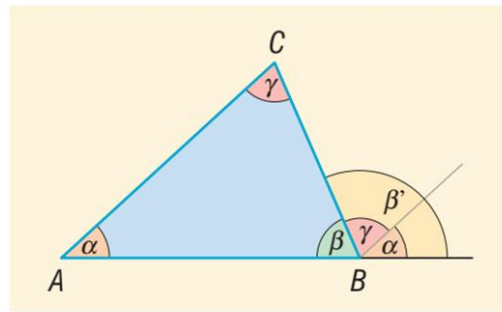
Korábban bebizonyítottuk, hogy:

- a háromszög belső szögeinek összege  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ;$$

- a háromszög bármely külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével:

$$\beta' = \alpha + \gamma.$$



## A háromszög külső szögei

Hosszabbítsuk meg egy háromszög oldalait az ábrán látható módon!

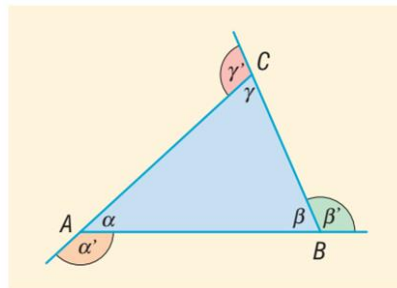
Jelölje a külső szögeket  $\alpha'$ ;  $\beta'$ ;  $\gamma'$ !

A csúcsokban található egyenesszögek alapján:

$$\alpha + \alpha' = 180^\circ;$$

$$\beta + \beta' = 180^\circ;$$

$$\gamma + \gamma' = 180^\circ.$$



Az egyes csúcsoknál lévő szögeket összeadva azt kapjuk, hogy:

$$(\alpha + \alpha') + (\beta + \beta') + (\gamma + \gamma') = 3 \cdot 180^\circ.$$

A zárójeleket felbontjuk, és a tagokat felcseréljük, így:

$$\underbrace{\alpha + \beta + \gamma}_{180^\circ} + \alpha' + \beta' + \gamma' = 3 \cdot 180^\circ.$$

Mindkét oldalból kivonunk  $180^\circ$ -ot:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

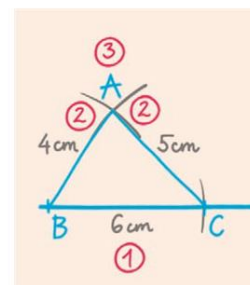
Ezzel bebizonyítottuk a következő állítást:

**A háromszög külső szögeinek összege  $360^\circ$ .**

## HÁROMSZÖG MEGSZERKESZTHETŐSÉGE

**A háromszöget három oldalának hossza egyértelműen meghatározza.**

Három szakaszból akkor szerkeszthető háromszög, ha azokra fennáll a **háromszög-egyenlőtlenség**, vagyis bármely kettő hosszának összege nagyobb, mint a harmadiknak a hossza.



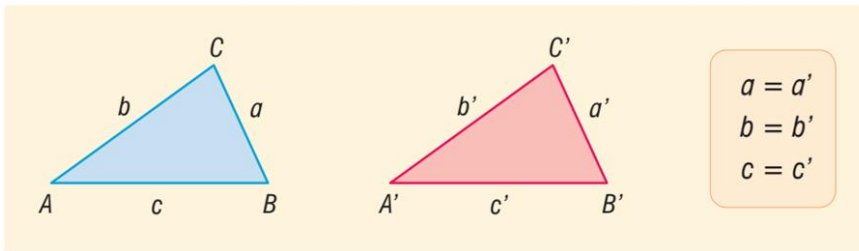
$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$

háromszög-  
egyenlőtlenség

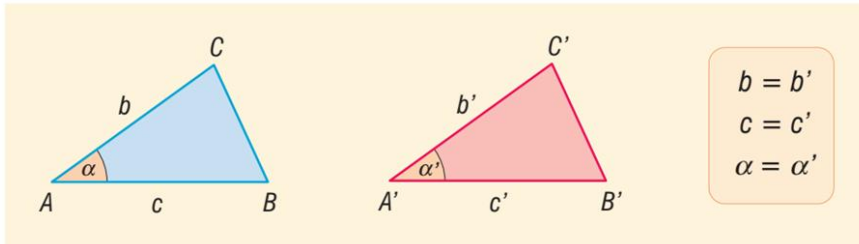
## A háromszögek egybevágóságának alapesetei

Két háromszög egybevágó,

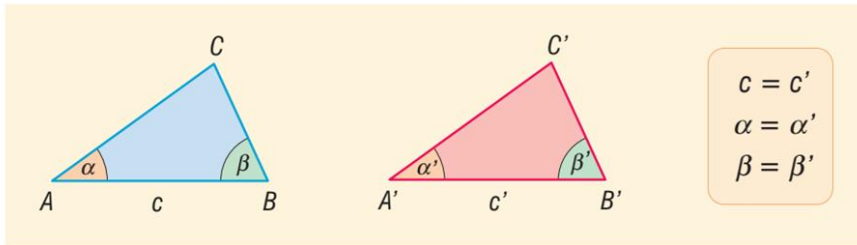
1. ha oldalaik páronként egyenlők;



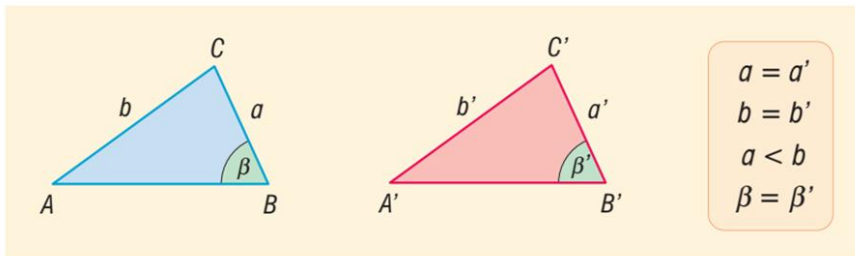
2. ha két oldaluk és az általuk bezárt szög páronként egyenlő;



3. ha egy oldaluk és a rajta fekvő két szögük páronként egyenlő;



4. ha két oldaluk és a nagyobbikkal szemkölti szög páronként egyenlő.



## TEMATIKA: HÁROMSZÖGEK

- (1) Háromszögek fogalma és csoportosítása (szögek, oldalak).
- (2) Háromszögekkel kapcsolatos jelölések, elnevezések
  - (a) Szögek, csúcsok, oldalak
  - (b) Alap, szár
  - (c) Befogó, átfogó
  - (d) Magasság
- (3) Háromszögek szerkesztése
- (4) Háromszögek egybevágóságának alapesetei (4 db.)
- (5) A háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó tételek (4 db.)
- (6) A háromszögek oldalfelező merőlegeseire vonatkozó tétel.  
A háromszög köré írt körének megszerkesztése.
- (7) A háromszög szögfelezőire vonatkozó tétel.  
A háromszög beírt körének megszerkesztése.